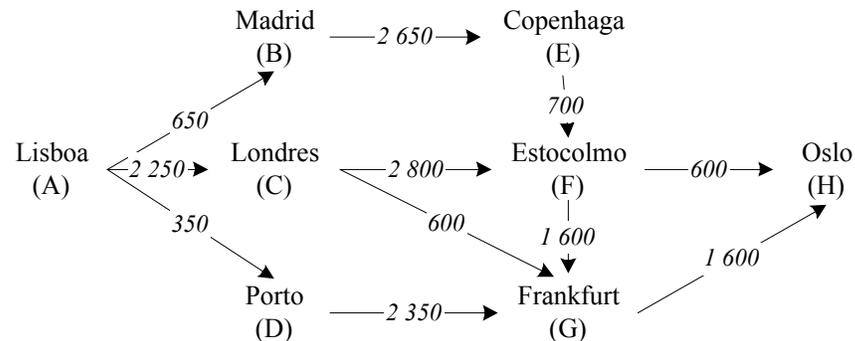


38. O gestor de uma empresa necessita ir de Lisboa a Oslo. Depois de consultar a sua agência de viagens, reparou que as únicas ligações que interessa considerar, para o momento em que terá de ser feita a viagem, são as representadas no grafo seguinte, onde os valores sobre os arcos representam as distâncias (em *km*) entre as cidades:



Admitindo que o tempo gasto na viagem pode considerar-se proporcional aos quilómetros percorridos, indique qual o percurso que o minimiza.

39. A Sara acabou o liceu com óptimas notas. Como presente, os pais ofereceram-lhe 21 000 *u.m.* para ajudar na compra e manutenção de um carro em segunda mão. Como os custos de manutenção crescem rapidamente com a idade do carro, os pais disseram-lhe que poderia trocar de carro uma ou mais vezes, por um idêntico, durante os 3 próximos verões, caso isso minimizasse o custo total. Também lhe disseram que, dentro de 4 verões lhe darão um carro novo, como prenda de fim de curso. Na tabela seguinte encontram-se os dados relevantes associados com os possíveis custos (em *u.m.*) das trocas de carro, por um idêntico.

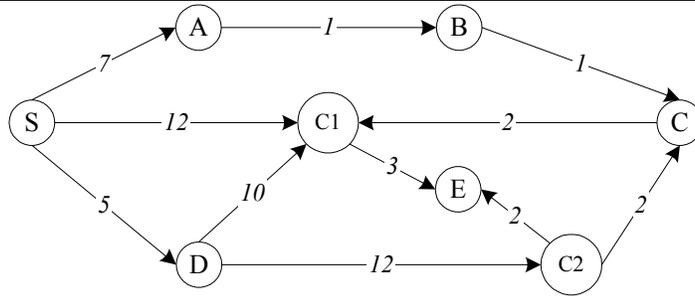
Preço de compra	Custos de Manutenção durante o ano				Preço de venda ao fim do ano			
	1	2	3	4	1	2	3	4
12 000	2 000	3 000	4 500	6 500	8 500	6 500	4 500	3 000

40. O IEP pretende construir uma rede rodoviária que assegure a ligação entre 6 localidades de uma determinada região. Dada a escassez de recursos pretende-se minimizar o número total de *km* de estrada a construir de forma a que seja possível a ligação entre qualquer par de localidades. Na matriz seguinte estão as distâncias quilométricas entre as localidades:

	A	B	C	D	E	F
A	–	9	6	11	10	14
B	9	–	5	6	15	23
C	6	5	–	5	10	18
D	11	6	5	–	9	17
E	10	15	10	9	–	8
F	14	23	18	17	8	–

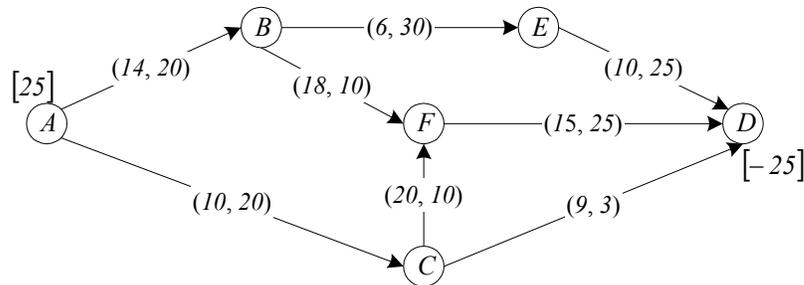
Indique quais as localidades que ficarão ligadas directamente.

41. Um indivíduo encontra-se em S e pretende deslocar-se em tempo mínimo a uma das estações de correio localizadas em C1 e C2. As alternativas de percurso estão na rede seguinte, onde os valores sobre os arcos representam os minutos necessários a cada ligação:



Determine qual a estação a que o indivíduo se deve dirigir e o percurso que deve efectuar. Justifique.

42. Resolva o Problema do Fluxo de Custo Mínimo apresentado na rede seguinte, cujos parâmetros (c_{ij}, u_{ij}) e b_i figuram, respectivamente, junto dos arcos e nodos:

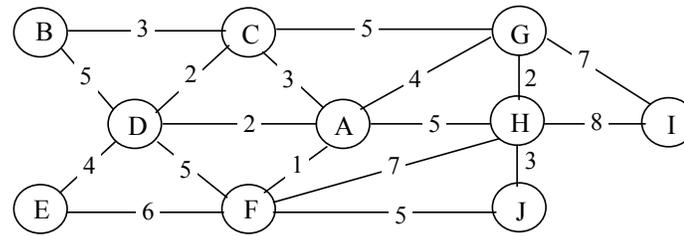


43. Considere que um sistema informático tem um conjunto de 5 terminais T1, T2, ..., T5 que devem ser ligados a um equipamento central C. A ligação a C pode ser feita directamente ou por intermédio de outro terminal do conjunto.
- a) Formalize o problema da determinação do sistema de ligações de custo mínimo como um problema de optimização em redes.
- b) Proponha um sistema de ligações se os custos (*u.m.*) forem os seguintes:

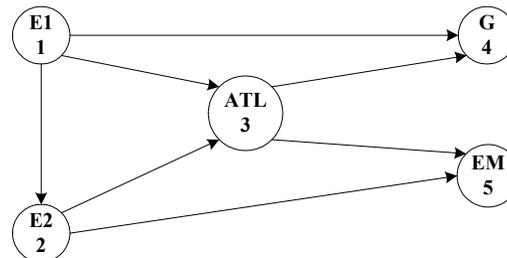
	C	T1	T2	T3	T4	T5
C	-	12	26	18	21	159
T1	12	-	400	I	I	112
T2	26	400	-	I	I	35
T3	18	I	I	-	22	23
T4	21	I	I	22	-	24
T5	159	112	35	23	24	-

(Nota - I representa impossível)

44. Um banco pretende ligar os terminais de computador dos seus balcões ao computador principal na sede utilizando linhas de telefone especiais. As linhas de telefone de cada balcão não têm de estar ligadas directamente à sede, mas é necessário que as comunicações se possam fazer entre qualquer par de computadores. Na rede abaixo os nodos representam os balcões (B,...,J) e a sede (A), os arcos representam as ligações telefónicas possíveis e os valores sobre os arcos as distâncias em quilómetros. Sabendo que o custo das linhas de telefone é proporcional ao número de quilómetros envolvidos, determine as ligações que deverão ser escolhidas de forma a minimizar o custo total.



45. A empresa *BUSE* efectua diariamente o transporte de crianças de duas escolas (**E1** e **E2**) para tr s locais de actividades pré-escolares: um **ATL**; um ginásio (**G**) e uma escola de música (**EM**). Para o efeito a empresa dispõe de dois tipos de carrinhas: as maiores com uma capacidade para 20 crianças e que custam 10 *u.m.* por criança; e as que levam até 10 crianças a um custo de 25 *u.m.* por criança. Por razões logísticas qualquer das liga es   feita por uma só carrinha e as liga es directas entre as escolas e as actividades no ginásio e na escola de música só podem ser efectuadas pelas carrinhas menores. As restantes liga es possíveis são efectuadas com as carrinhas de maiores dimensões. Na figura seguinte apresentam-se todas as liga es possíveis, representando cada estabelecimento por um v rtice numerado de 1 a 5.



Sabe-se que o número de crianças que esperam ser transportadas a partir de **E1** e de **E2**   igual a 20 e 10, respectivamente. No **ATL** existem ainda 15 crianças. Destas, 10 devem ser transportadas para o ginásio ou para a escola de música e as restantes 5 devem l  permanecer. Por sua vez, no ginásio são esperadas 25 crianças e   escola de música devem chegar 15.

- Formalize o problema como um problema de optimiza o em redes.
 - Formalize o problema em PL.
 - Obtenha a soluço óptima recorrendo ao Solver.
46. Uma fábrica acaba de comprar equipamento para produzir um novo produto, para o qual se adquiriu a patente para os próximos 4 anos. Pretende determinar-se a melhor política de substitui o do equipamento durante aquele período de tempo, supondo que deixa de ser necessário no fim do período.
- O quadro seguinte apresenta o valor residual do equipamento em fun o do tempo de uso (idade), bem como os custos anuais associados   sua utiliza o e manuten o, a preços constantes. O custo de um equipamento novo (valor residual no ano 0)   de 100 *u.m.*
- | | | | | |
|--|----|----|----|-----|
| idade do equipamento (em anos) | 1 | 2 | 3 | 4 |
| valor residual (em <i>u.m.</i>) | 50 | 25 | 10 | 5 |
| custo de utiliza o e manuten o (em <i>u.m.</i>) | 40 | 50 | 70 | 100 |
- Apresente uma soluço para o problema de substitui o de equipamento e o respectivo custo.
 - Formule o problema em questão no contexto da optimiza o em redes e também em programac o linear.

47. Uma empresa fabrica um produto em duas fábricas, em Lisboa e Porto, que   enviado para dois armazéns, em Coimbra e  vora, ou transportado directamente para as lojas de Beja e Guarda. No quadro seguinte apresentam-se os dados relativos ao problema, incluindo as quantidades oferecidas e procuradas (em toneladas), bem como as distâncias (em km) das liga es que se admitem (admite-se, por exemplo, a liga o Porto-Coimbra mas não se admite a liga o Coimbra-Porto).

Distâncias (km)

	Porto	Coimbra	Évora	Guarda	Beja	Oferta (ton)
Lisboa	310	200	130		180	1000
Porto		110		200		1500
Coimbra			290	150	340	
�vora					80	
Guarda					360	
Procura (ton)				1100	1300	

Assumindo que o custo de transporte   proporcional   distância, formule o problema que deve ser resolvido para otimizar a distribui o do produto:

a) em termos de PL.

b) na folha de *Excel* seguinte, especificando as fórmulas do *Excel* e preenchendo a janela do *Solver*